

Теория движения электромагнитного поля. 3. Релятивистский принцип суперпозиции полей

Л.Н. Войцехович

На основе принципов теории относительности в работе рассмотрены случаи взаимодействия двух или более полей, электрических или магнитных, имеющих независимые движущиеся с различной скоростью источники. Показано, что классический принцип суперпозиции полей, принятый в электро- и магнитостатике, приводит к логическим противоречиям в случаях независимого движения отдельных источников или зарядов с различной скоростью. На основе принципа относительности скорости компонент электромагнитных полей и линейности уравнений электромагнетизма в вакууме сформулирован релятивистский принцип суперпозиции движущихся электромагнитных полей.

3.1. Введение

В значительной степени преодолеть трудности логического характера, возникающие при наличии двух или более источников поля, позволяет подход, использованный нами в работе [1] и основанный на независимом раздельном расчете сил отдельно для каждого источника поля и последующем суммировании этих сил. Однако наиболее простым и логически последовательным является расчет в интересующей нас системе отсчета всех компонент электромагнитного поля, электрических и магнитных, независимо и раздельно для всех источников электрического и магнитного поля. Лишь после этого можно просуммировать все составляющие электромагнитного поля для каждой точки избранной системы отсчета. Такой способ сложения полей от различных источников электромагнитного поля является, по сути, обобщением известного принципа суперпозиции электрических и магнитных полей на случай, когда, по крайней мере, один из источников поля движется по отношению к другим источникам.

3.2. Взаимодействие электрона с двумя взаимно движущимися источниками магнитного поля

Ввиду важности вопроса о скорости магнитного поля и релятивистском принципе суперпозиции электромагнитных полей

рассмотрим, независимо от всего сказанного ранее, еще один пример суперпозиции магнитных полей, когда один из источников поля движется. Заодно ответим на замечание в цитате, приведенной нами в работе [1], из монографии И.Е. Тамма [2], о том, что же происходит в результате взаимодействия полей двух магнитов, когда один из них движется. При этом вопрос о вращающемся поле отложим до одной из следующих наших работ.

Вместо постоянных магнитов используем круговые витки с током (рис. 3.1), так как ток в витке можно в любой момент выключить, не удаляя сам виток, что проще и нагляднее чем удаление постоянного магнита. Все обозначения на рисунке 3.1, относящиеся к неподвижному витку, и сам виток A изображены синим цветом, виток с отключенным током – бледно-синим. Соответственно движущийся виток B и обозначения, относящиеся к нему – зеленым, а виток с отключенным током – бледно-зеленым цветом. Отрицательный пробный заряд e , электрон, находящийся в рассматриваемый момент времени в центре системы колец, и действующая на него сила \mathbf{F} – красным цветом.

Поскольку нас интересуют качественные выводы, то для упрощения рассуждений будем считать, что скорость электрона v (левая колонка на рисунке 3.1), равная скорости витка B , много меньше скорости света c , то есть выполняется условие $v \ll c$. В противном случае для количественных оценок необходимо использовать релятивистские преобразования для больших скоростей, что не влияет на общность качественных выводов. Магнитные поля \mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2 , возбужденные соответственно токами I_1 и I_2 , будем считать однородными и равными по абсолютной величине в центральной области, где находится электрон e .

Рассмотрим случаи, когда из трех величин, двух токов I_1 , I_2 и скорости электрона v , одна или две величины равны нулю. Всего возможно шесть комбинаций, показанных на рисунке 3.1. Случай, когда токи I_1 и I_2 равны нулю, исключен из рассмотрения ввиду тривиальности.

Случаи на рисунках 3.1а и 3.1b являются классическими: в лабораторной системе отсчета S_1 с неподвижным источником магнитного поля \mathbf{B}_1 – витком A с током I_1 – движется со скоростью v (рис. 3.1а) или неподвижен (рис. 3.1b) электрон e . Ток I_2 в витке B (система отсчета S_2) равен нулю. Случаи на рисунках 3.1c и 3.1d отличаются от предыдущих тем, что включен ток I_2 . Случаи на

рисунках 3.1e и 3.1f, в свою очередь, отличаются от случаев на рисунках 3.1c и 3.1d тем, что выключен ток I_1 в витке B.

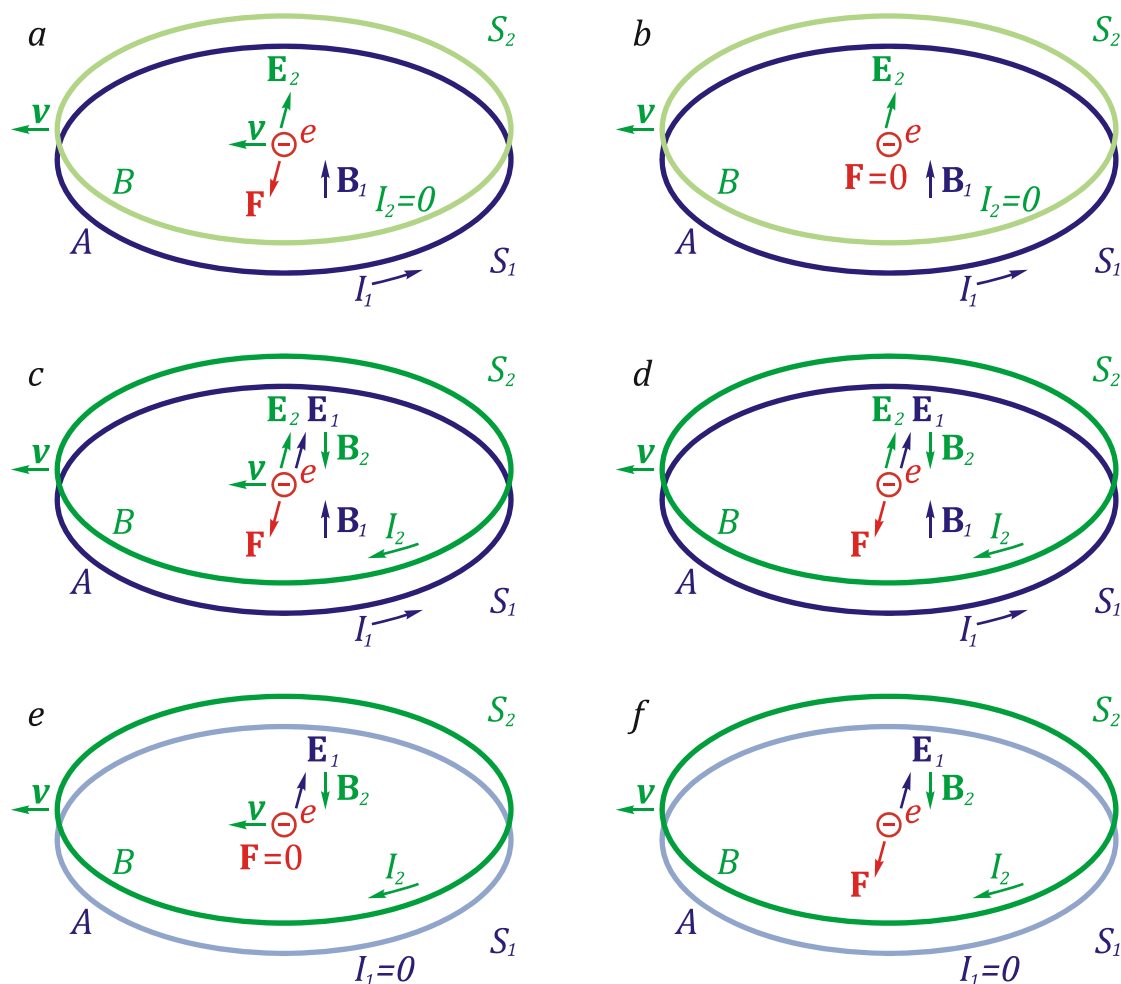


Рис. 3.1. Взаимодействие электромагнитных полей от двух источников: неподвижного (синий цвет) и движущегося со скоростью v (зеленый цвет). Отрицательный пробный заряд e , электрон, и действующая на него сила изображены красным цветом.

Возможны два подхода к определению силы F , действующей на пробный заряд (электрон), и электрического поля E_1 и E_2 в системах отсчета S_1 и S_2 .

3.3. Квазиклассический подход

Первый, фактически классический, подход основан на рассмотрении мысленного эксперимента и использовании известных выводов классической теории. Случаи, показанные на рисунках 3.1a, b,

c и d , – это случаи с одним источником поля, широко представленные в литературе.

На рис. 3.1*a* сила \mathbf{F} – сила Лоренца. В системе отсчета S_2 та же сила вызвана электрическим полем \mathbf{E}_2 .

На рис. 3.1*b* сила \mathbf{F} равна нулю. В системе отсчета S_2 на электрон действуют две взаимно компенсирующие друг друга силы: сила со стороны электрического поля \mathbf{E}_2 и сила Лоренца (на рисунке силы не показаны) со стороны магнитного поля \mathbf{B}_2 . Хотя и довольно странно объяснять отсутствие всяких сил наличием двух взаимно компенсирующих сил, но очень часто именно так и делается.

То же самое можно повторить по отношению ситуации на рис. 3.1*e*, если наблюдатель находится не в системе отсчета S_1 , а в системе S_2 .

Ситуация на рис. 3.1*f* аналогична ситуации на рис. 3.1*a*, если изменить местоположение наблюдателя из системы S_1 в систему отсчета S_2 .

Сложнее с ситуацией на рис. 3.1*c* и рис. 3.1*d*, так как магнитные поля \mathbf{B}_1 и \mathbf{B}_2 компенсируют друг друга. Это вытекает из симметрии задачи и равенства магнитных полей по абсолютной величине. Для прояснения ситуации будем поочередно отключать ток в витках A и B . Отключая ток в витке B , мы приходим к случаю на рис. 3.1*a*, отключая ток в витке A , мы приходим к случаю на рис. 3.1*e*. Суммируем все эффекты, изображенные на рисунках 3.1*a* и 3.1*e*. Суммировать мы имеем право, поскольку все уравнения электромагнетизма для вакуума линейны и, следовательно, все эффекты при наложении полей друг на друга должны суммироваться. В результате суммирования приходим к ситуации, изображенной на рис. 3.1*c*: суммарное поле \mathbf{B} равно нулю, сила \mathbf{F} равна той же силе на рис. 3.1*a*, но теперь вызвана уже не магнитной составляющей силы Лоренца, а электрической составляющей. Но какой составляющей?

Электрические поля \mathbf{E}_1 и \mathbf{E}_2 , естественно, не суммируются, поскольку относятся к различным системам отсчета, а сохраняются на рис. 3.1*c* при суммировании неизменными каждая в своей системе отсчета. Можно, казалось бы, применить выражение для полной силы Лоренца, куда входит не только магнитная составляющая силы, под которой обычно и подразумевают силу Лоренца, но и электрическая составляющая:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + [\mathbf{v}\mathbf{B}]), \quad (3.1)$$

где q – электрический заряд.

Здесь для случая на рис. 3.1с $\mathbf{V} = 0$, а \mathbf{E}_1 не влияет на результирующую силу (см. рис. 3.1е). Если считать, что $\mathbf{E} = \mathbf{E}_2$, то мы получим правильный результат. Однако такой подход очень похож на «подгонку» решения задачи под ответ, поскольку в случае на рис. 3.1а мы в лабораторной системе отсчета относим силу \mathbf{F} к силе Лоренца и игнорировали поле \mathbf{E}_2 , а в аналогичной ситуации на рис. 3.1е, где сила Лоренца отсутствует, вынуждены объяснять силу наличием электрического поля \mathbf{E}_2 . Налицо логическое противоречие в интерпретации результатов нашего мысленного эксперимента. Аналогичная ситуация на рисунке 3.1d.

Указанное логическое противоречие можно обойти, если для каждого случая определить электрическое поле в собственной системе отсчета электрона, в которой он покоится, и отказаться от понятия магнитной составляющей силы Лоренца. Посмотрев на рисунок 3.1, можно убедиться, что во всех случаях в собственной системе отсчета заряда магнитная составляющая силы равна нулю, а полная сила, действующая на электрон, целиком определяется электрическим полем. Это поле \mathbf{E}_2 в левой колонке на рисунке 3.1 и поле \mathbf{E}_1 – в правой колонке. Силы, действующие на заряд, в случае необходимости могут быть пересчитаны для любой другой системы отсчета с помощью соответствующих формул релятивистской механики.

При таком подходе к определению силы нет необходимости рассматривать фиктивные взаимно компенсирующиеся силы, расчет силы становится более прозрачным и последовательным. При интерпретации физического механизма силы, действующей со стороны магнитного поля на электрон, о силе Лоренца можно говорить без логических противоречий лишь в случае движения заряда в неподвижном магнитном поле на рисунке 3.1а, который, однако, практически наиболее важен. Применение понятия силы Лоренца в этом случае оправдано существующими традициями и практикой, но при этом следует помнить, что за силой Лоренца стоит электрическая сила в собственной системе отсчета заряда.

3.4. Принцип суперпозиции

Второй подход, полевой, основан на принципах суперпозиции компонент электромагнитных полей. При первом подходе, рассмотренном выше, мы вынуждены апеллировать к условиям

мысленного эксперимента, включающим описание источников поля, а не к параметрам самого электромагнитного поля. При полевом подходе необходимо предварительно, исходя из условий эксперимента, определить все характеристики полей, а затем, абстрагируясь от условий эксперимента и используя общие принципы суперпозиции полей, рассчитать результирующее поле.

Однако при использовании классического принципа суперпозиции, когда электромагнитное поле характеризуется только векторами электрической и магнитной компонент, мы не получим правильного результата как при первом подходе.

Действительно, исключим из рассмотрения на рисунках 3.1а и 3.1b витки А и В с токами I_1 и I_2 , но учтем наличие полей \mathbf{V}_1 и \mathbf{V}_2 . Учтем также, что наличие покоящегося или движущегося заряда не влияет на результат суперпозиции полей \mathbf{V}_1 и \mathbf{V}_2 . В этом случае получим, что все компоненты суммарного поля в точках расположения электронов на указанных рисунках равны нулю, поскольку магнитные поля компенсируют друг друга, сила Лоренца при движении электрона в нулевом магнитном поле отсутствует, отсутствует и электрическое поле в любой системе отсчета. Это противоречит ранее полученному результату.

Ошибка заключается в том, что мы задали не все характеристики состояния магнитных полей. Ситуация кардинально меняется, если в число величин, характеризующих электромагнитное поле, ввести *скорость компонент электромагнитного поля*. Если условия суперпозиции полей ставятся в виде физической задачи, то скорости компонент каждого из источников поля в лабораторной системе отсчета должны определяться предварительно, до начала процесса суперпозиции и вне зависимости от состояния других источников поля. После этого для поля каждого из источников производится расчет комплементарных компонент, используя формулы преобразований Лоренца для электромагнитного поля в том случае, если по условиям задачи заданы величины полей в собственной системе отсчета. Если известны величины полей в лабораторной системе отсчета, то следует воспользоваться выражениями (2.3) или (2.5), полученными в нами в предыдущей работе [1]:

$$\mathbf{V} = \frac{1}{c^2} [\mathbf{V}_e \mathbf{E}], \quad (3.2)$$

где c – скорость света, и

$$\mathbf{E} = -[\mathbf{V}_m \mathbf{B}], \quad (3.3)$$

применяя (3.2) или (3.3) в зависимости от источника поля, электрического или магнитного.

Затем суммируются все одноименные составляющие от каждого источника поля и в заключение, при необходимости, по формулам [1] (2.8) или (2.9) в зависимости от знака инварианта I_1 (2.6) вычисляется собственная скорость суммарного поля.

3.5. Применение принципа суперпозиции для решения задач электромагнетизма

В качестве примера применения приведенного выше принципа суперпозиции электромагнитных полей приведем в схематичном виде способ расчета магнитного поля вокруг бесконечного (очень длинного) провода с током. Контур тока, протекающего по проводу, предполагается неподвижным.

Как известно, электрический ток представляет собой встречное движение в проводе положительных и отрицательных электрических зарядов (в металлах, если проводник неподвижен, скорость положительных зарядов равна нулю). Таким образом, необходимо рассматривать два источника электрического поля, движущиеся с различными скоростями, равными усредненным скоростям соответственно для положительных \mathbf{V}_+ и отрицательных \mathbf{V}_- зарядов. Электрическое поле обоих источников соответственно \mathbf{E}_+ и \mathbf{E}_- движется вместе с зарядами в противоположные стороны. Движение электрических полей вызывает появление магнитных полей \mathbf{B}_+ и \mathbf{B}_- , вызванных соответственно движением положительных и отрицательных зарядов:

$$\mathbf{B}_+ = \frac{1}{c^2} [\mathbf{V}_+ \mathbf{E}_+], \quad \mathbf{B}_- = \frac{1}{c^2} [\mathbf{V}_- \mathbf{E}_-]. \quad (3.4)$$

Векторные уравнения определяют величину и направление составляющих суммарного поля \mathbf{B} . Направление обеих составляющих \mathbf{B}_+ и \mathbf{B}_- в (3.4), как нетрудно убедиться, совпадает.

Просуммируем поле \mathbf{B} и перейдем от векторного к скалярному виду уравнений (3.4), что не вызывает затруднений, поскольку

векторы \mathbf{V} , \mathbf{E} и \mathbf{B} как для положительных, так и для отрицательных зарядов ортогональны:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_+ + \mathbf{B}_- = \frac{1}{c^2}(\mathbf{V}_+ \mathbf{E}_+ + \mathbf{V}_- \mathbf{E}_-). \quad (3.5)$$

Для линейного бесконечно длинного заряда, напряженность электрического поля на расстоянии r от заряда определяется, как известно, следующим выражением:

$$E_+ = \frac{\tau_+}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad E_- = \frac{\tau_-}{2\pi\epsilon_0 r}, \quad (3.6)$$

где τ_+ и τ_- – линейная плотность соответственно положительных и отрицательных зарядов.

Суммарный линейный ток I равен сумме токов положительных I_+ и отрицательных I_- зарядов:

$$I = I_+ + I_- = V_+ \tau_+ + V_- \tau_-. \quad (3.7)$$

Последовательно подставив (3.6) и (3.7) в (3.5), получим известную формулу для вычисления магнитного поля бесконечного проводника с током:

$$\mathbf{B} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0 c^2 r}. \quad (3.8)$$

Суммарное электрическое поле будет равно нулю, поскольку проводник нейтрален, а контур с током неподвижен.

Аналогичным образом с единых позиций может быть объяснено появление магнитного поля при протекании электрического тока и в других случаях. Не представляет особого труда убедиться, что в каждом случае будут получены те же формулы, что и полученные с помощью уравнений Максвелла. При этом не имеет значения, идет ли речь о токе в проводе, о пучке электронов или о движении отдельной элементарной частицы, несущей электрический заряд.

Однако следует предостеречь от возможных ошибок при решении задач электромагнетизма, связанных с криволинейным

движением зарядов. Это, например, движение зарядов по круговому витку или движение связанных зарядов при вращении твердых тел. Во всех случаях заряд и связанное с ним поле совершают *поступательное движение* со скоростью, равной в каждый момент времени мгновенной скорости сопутствующей инерциальной собственной системе отсчета заряда, соответствующего бесконечно малому элементу тока. Во всех точках пространства в мгновенно сопутствующей системе отсчета элементарного заряда скорость электрического поля одна и та же и равна мгновенной скорости собственной системы отсчета. Собственное поле зарядов элемента тока *не совершает вращательного движения*. Это же относится и к магнитному полю. Как показано в дальнейшем, вращательное движение магнитного поля, например, может привести к появлению электрического заряда. Подобная ситуация с появлением заряда у вращающегося соленоида описана в работе [3], что совершенно недопустимо, так как приводит к нарушению закона сохранения заряда.

Выводы

1. Любое электромагнитное поле, содержащее независимые друг от друга электрические и магнитные компоненты, должно рассматриваться как суперпозиция полей.

2. Каждая независимая компонента поля имеет свою скорость, совпадающую со скоростью источника, который может быть неподвижен либо двигаться с некоторой скоростью относительно других источников. Если убрать все источники поля кроме одного, то в собственной системе оставшегося источника, в которой он неподвижен, должна быть только одна, электрическая или магнитная, компонента электромагнитного поля.

3. В лабораторной системе отсчета каждая из независимых компонент, связанная со своим источником, может двигаться с некоторой скоростью относительно лабораторной системы независимо от других компонент.

4. В результате движения каждой из независимых компонент в лабораторной системе отсчета появляется комплементарная по отношению к движущейся компоненте, электрическая или магнитная в зависимости от рассматриваемой задачи. Электрическое и магнитное поле каждого источника в лабораторной системе отсчета подчиняется преобразованиям Лоренца для электромагнитного поля независимо от полей других источников.

5. Для лабораторной системы отсчета справедлив следующий принцип суперпозиции.

Расчет в лабораторной системе отсчета всех компонент электромагнитного поля, электрических и магнитных, производится независимо и отдельно для всех источников электрического и магнитного поля. Затем суммируются все одноименные составляющие электромагнитного поля для каждой точки лабораторной системы отсчета.

Такой способ сложения полей от различных источников электромагнитного поля является обобщением известного принципа суперпозиции электрических и магнитных полей на случай, когда один или более источников поля движется по отношению к другим источникам.

6. Независимо от характера движения (в частности, вращения) сложного составного источника поля, поля элементарных источников поля (зарядов в составе твердого тела, зарядов элементов тока, элементарных магнитных моментов намагниченного тела и других элементарных источников поля) всегда движутся только поступательно. Этот факт должен учитываться при суммировании (суперпозиции) элементарных полей в соответствии с изложенным выше принципом суперпозиции.

Список литературы

1. Л.Н. Войцехович, Теория движения электромагнитного поля. 2. Принцип движения компонент электромагнитного поля, 1, (2013), с. 12.
www.science.by/electromagnetism/rem2rus.pdf.
2. И.Е. Тамм, Основы теории электричества, Москва, Наука, (1966), с. 549 – 553.
3. Э.А. Меерович, Б.Э. Мейерович, Методы релятивистской электродинамики в электротехнике и электрофизике, Москва, Энергоатомиздат, (1987), с. 84 – 86.

*Статья опубликована на сайте журнала РЭМ
31 марта 2013 г.*