УДК 681.5.09

ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ МНОГОКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОТДЕЛЬНЫХ КОМПОНЕНТОВ

SEMI-MARKOV MODEL OF MULTICOMPONENT SYSTEM BASED ON PARAMETERS OF COMPONENTS OF SYSTEM

Никишенко А.Н., Обжерин Ю.Е.
Nikishenko A.N., Obzherin Yu.E.

Построена полумарковская (ПМ) модель многокомпонентной системы на основе параметров ПМ моделей компонентов системы. Рассматриваются ПМ модели компонентов, фазовое пространство которых дополнено до ПМ с использованием «времени вперед». При построении модели системы использован метод суперпозиции. Определены стационарные характеристики системы.

Semi-Markov model of multicomponent systems based on parameters of semi-Markov models is built. The semi-Markov models of the components, the phase space which extended to a semi-Markov with "time forward", are considered. The method of superposition in model of the system is used. Stationary characteristics of the system are defined.

В производстве зачастую используются многокомпонентные системы, большинство из которых состоят из независимо функционирующих компонентов. Поэтому особый интерес представляет описание характеристик (надежности, эффективности) многокомпонентных систем на основе характеристик отдельных компонентов.

Параметры однокомпонентных технических систем во многих случаях могут быть описаны с применением теории полумарковских процессов. В литературе [1, 2, 3] процессы контроля, технического обслуживания и диагностики компонента описываются с помощью полумарковских процессов (ПМП) $\xi(t)$ с общим фазовым пространством состояний: $E = \{j\overline{d}\overline{x}\}$,

где j — номер узла, изменившего свое физическое состояние последним;

$\overline{d}$ — вектор, компоненты которого указывают на физическое состояние узла;

$\bar{x}$ — вектор, компоненты которого дополняют фазовое пространство состояний, описывающее функционирование компонента, до полумарковского.

При построении ПМП компонентов возникает необходимость производить дополнение фазового пространства, чтобы обеспечить свойство марковости рассматриваемого процесса. Возможно два варианта дополнения фазового пространства до полумарковского:

1. с использованием «времени назад» — компоненты вектора $\bar{x}$ фиксируют времена, прошедшие с момента последнего изменения узлов компонента в прошлом до ближайшего изменения состояния компонента системы;
2. с использованием «времени вперед» — компоненты вектора $\bar{x}$ фиксируют времена с момента последнего изменения состояния компонента системы до ближайшего изменения узлов компонента в будущем.

При описании каждого компонента системы ПМП $\xi(t)$ с общим фазовым пространством состояний система в целом также может быть описана с использованием полумарковских моделей и метода суперпозиции.

В [4] рассмотрено и дано определение суперпозиции конечного числа независимых процессов Марковского восстановления (ПМВ), каждый из которых может находиться в дискретном множестве состояний. В этом случае непрерывные компоненты не вводятся, что можно интерпретировать как частный случай с нулевыми непрерывными компонентами.

В [5] приведена теория по нахождению стационарных характеристик многокомпонентных систем, состоящих из конечного числа независимых компонентов с использованием метода суперпозиции. В данном источнике описывается суперпозиция ПМП $\xi^{(i)}(t)$ с общим фазовым пространством состояний, дополненных до ПМП по первому варианту («время назад»). Фазовое пространство процесса суперпозиции расширяется до полумарковского введением дополнительного вектора непрерывных компонент, фиксирующих времена до следующего изменения компонент системы, что усложняет модель системы.

В данной работе показано, что при использовании описания функционирования компонентов с помощью ПМП с дополнением «временем вперед» (данное дополнение используется при построении модели контроля скрытых отказов в системе [1]), применение метода суперпозиции не требует введения дополнительных компонент, т.е. усложнения системы.

Построим полумарковскую модель производственной системы, состоящей из N независимых компонентов, функционирование каждого из которых описывается ПМП $\xi^{(i)}(t)$ с компонентами, фиксирующими время до ближайшего изменения («время вперед»). Как уже отмечалось, фазовое пространство состояний ПМП может быть представлено в следующем виде: $\mathrm{E}^{(i)} = \left\{j\overline{d_i}\,\overline{x^{(i)}}\right\}$, где $\overline{d_i} = \{d_i, d_i', d_i'', \ldots\}$ — компоненты вектора, указывающие на физическое состояние компонентов системы, $j \in \overline{1, k_i}$ — номер элемента узла, изменившего свое физическое состояние последним, k_i — число узлов в i-м компоненте системы. Компоненты вектора $\overline{x^{(i)}} = \left\{x_1^{(i)}, \ldots, x_{j-1}^{(i)}, 0, x_{j+1}^{(i)}, \ldots, x_{k_i}^{(i)}\right\}$, фиксируют время с момента последнего изменения системы (j-го узла компонента) до ближайшего изменения состояния остальных узлов компонента системы. Узлы компонента могут быть как зависимыми, так и независимыми. При рассмотрении компонента с зависимыми узлами, кроме того, что $x_j^{(i)} = 0$, некоторые из оставшихся компонент вектора $\overline{x^{(i)}}$ могут обращаться в ноль (восстановление системы после обнаружения отказа) либо сохранять свое значение на некотором промежутке времени (остановка элемента на время проведения контроля). Все подобные изменения учтены на этапе описания компонентов системы, поэтому достаточно будет рассмотреть вектор $\overline{x^{(i)}}$ в общем виде.

Временная диаграмма функционирования i-го компонента системы в общем случае приведена на рисунке 1. В данном компоненте показана работа зависимых узлов: при изменении состояния j-го узла – изменяется состояние m-го узла.

Считаем, что определены следующие параметры ПМП i-го компонента системы, состоящего из k_i узлов:

- фазовое пространство состояний — $\mathrm{E}^{(i)} = \left\{j\overline{d_i}\,\overline{x^{(i)}}\right\}$, разбитое на подпространство рабочих $\mathrm{E}_+^{(i)}$ и отказовых $\mathrm{E}_-^{(i)}$ состояний;
- времена пребывания ПМП $\xi^{(i)}(t)$ в состояниях — $\theta^{(i)}_{j\overline{d_i}\,\overline{x^{(i)}}}$;
- плотности вероятностей (вероятности) переходов ВЦМ $\left\{\xi_{k_i}^{(i)}, k_i \ge 0\right\}$: $\psi_{d_i}^{(i)}\left(x_1^{(i)}, \ldots, x_k^{(i)}\right)$;
- стационарные распределения состояний ВЦМ $\left\{\xi_{k_i}^{(i)}, k_i \ge 0\right\}$: $\rho^{(i)}\left[j\overline{d_i}\,\overline{x^{(i)}}\right] = \rho_{d_i}^{(i)}\left(x_1^{(i)}, \ldots, x_{j-1}^{(i)}, 0, x_{j+1}^{(i)}, \ldots, x_k^{(i)}\right)$;

- среднее стационарное время восстановления $T_{-}^{(i)}$ и среднее стационарное время наработки на отказ $T_{+}^{(i)}$ компонента.

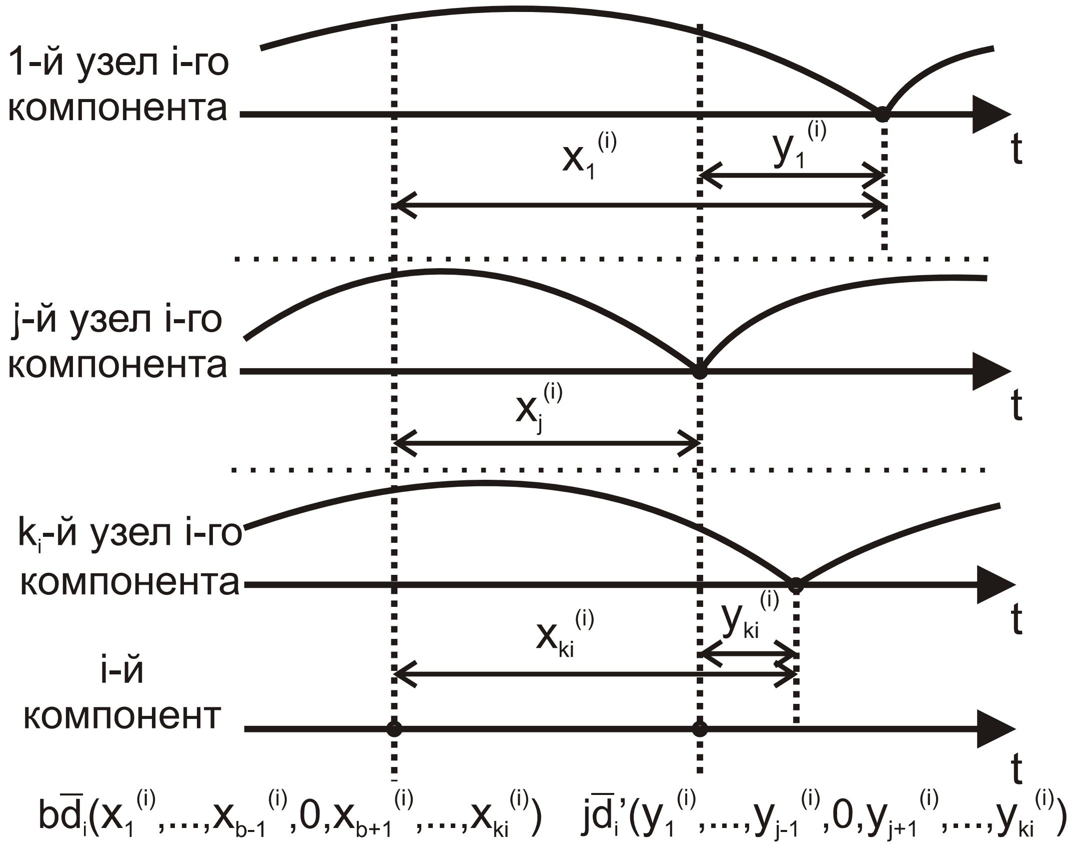

Рис. 1. Временная диаграмма функционирования i-го компонента системы

Приведем формальное определение суперпозиции ПМП $\xi^{(i)}(t)$ с общим фазовым пространством состояний $\mathrm{E}^{(i)}$.

Определение. Суперпозицией ПМП $\xi^{(i)}(t)$ с общим фазовым пространством состояний $\mathrm{E}^{(i)}$ называется n-компонентный процесс $\xi(t)$ с компонентами $\xi(t)=\{\xi^{(1)}(t),\xi^{(2)}(t),\ldots,\xi^{(N)}(t)\}$.

Заметим, что построенный таким образом процесс $\xi(t)$ является полумарковским. Действительно, он не меняет своего значения между двумя соседними скачками процессов $\xi^{(i)}(t)$, $i=\overline{1,N}$, т.е. является процессом с кусочно-постоянными траекториями, к тому же он уже обладает марковским свойством.

Общее фазовое пространство состояний для ПМП $\xi(t)$ может быть представлено в следующем виде: $\mathrm{E}=\left\{i\overline{d}\overline{z},\ i=\overline{1,N}\right\}$. Компоненты вектора $\overline{d}=\overline{d_1}\times\overline{d_2}\times\ldots\times\overline{d_n}$ указывают на физическое состояние узлов в компонентах; i — номер компонента, изменившего свое физическое состояние последним.

Компоненты вектора $\overline{z}=\left\{z_1,\ldots,z_{i-1},0,z_{i+1},\ldots,z_N\right\}$, где $z_m=\bigwedge\limits_{j\in\overline{1,k_i}} x_j^{(m)}$ фиксируют времена с момента последнего изменения системы до ближайшего изменения состояния m-х компонентов ($m\neq i$).

Множество значений вектора $\overline{z}$, при котором ПС работоспособна, обозначается через E_+, а множество значений, при котором ПС неработоспособна, — через E_- ($E=E_+\cup E_-$, $E_+\cap E_-=\varnothing$).

Следует отметить, что построение суперпозиции для ПМП $\xi^{(i)}(t)$, фазовое пространство которых было дополнено компонентой «время вперед», не нуждается во введении дополнительных непрерывных компонент, т.к. введенные ранее компоненты i-го ПМП $\xi^{(i)}(t)$ $\left(x_1^{(i)},\ldots,x_{k_i}^{(i)}\right)$ однозначно определяют фазовое пространство ПМП суперпозиции.

На рисунке 2 приведена диаграмма функционирования системы в целом. Рассмотрено два возможных перехода в системе: последнее изменение системы было в одном компоненте (b-м), а последующее происходит в другом компоненте системы (i-м); последнее и последующее изменения происходят в одном и том же компоненте системы.

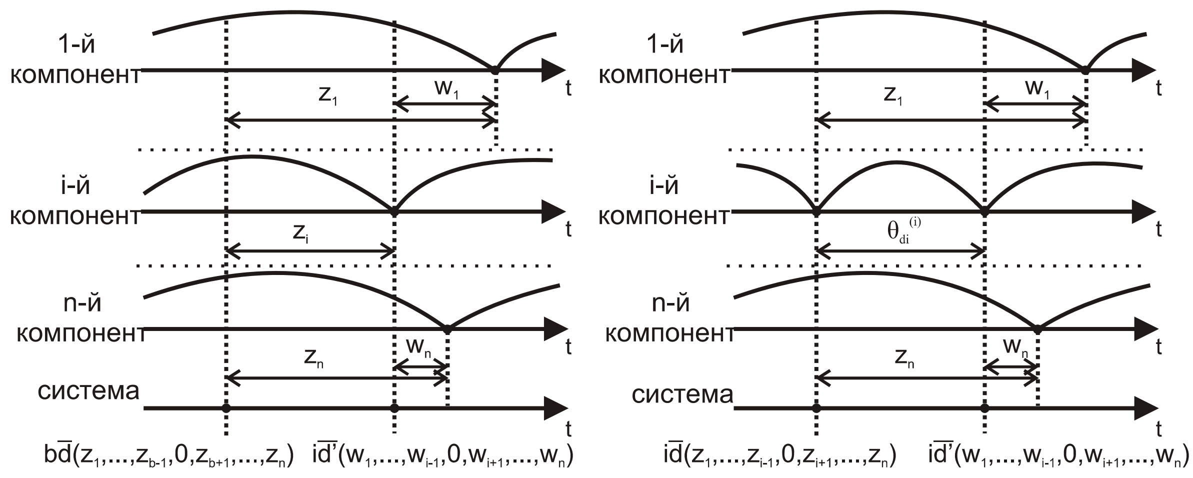

Рис. 2. Функционирование системы, состоящей из N независимых компонентов

Для задания ПМ ядра суперпозиции воспользуемся очевидной формулой для времени пребывания в состояниях на n-м шаге ($\wedge$ — знак минимума):

$$\theta_{i\bar{d}\bar{z}} = \theta^{(i)}_{d^{(i)}} \wedge z^{(i)}, \tag{1}$$

$$z^{(i)} = \bigwedge_{\substack{j \in \overline{1,N} \\ j \neq i}} z_j . \tag{2}$$

Опишем плотности вероятностей переходов ВЦМ $\{\xi_n, n \geq 0\}$ суперпозиции. Пусть $E^{(i)}_{d_i'}$ — совокупность состояний i-го компонента, из которых возможен переход в состояние $\overline{d_i'}$.

Из состояния $i\bar{d}\bar{z}$, переходы бывают следующих типов:

1) в совокупность состояний $i\overline{d'}\overline{w}$ (переход в состояние $\overline{m_i}$ i-го компонента) с плотностью распределения вероятности перехода $p^{i\overline{d'}\overline{w}}_{i\bar{d}\bar{z}} = \psi^{(i)}_{d_i}\left(x^{(i)}_1, \ldots, x^{(i)}_k\right)$, где $\overline{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_N)$, $w_i = \bigwedge_k y^{(i)}_k$, $i \in \overline{1,N}$, $\overline{d_i}' = \overline{m_i}$, $t = x^{(i)}_m$, $y^{(i)}_m = 0$, $x^{(i)}_k = y^{(i)}_k + t$, $\forall k \neq m$; $\overline{d_j}' = \overline{d_j}$, $x^{(j)}_k = y^{(j)}_k + t$, $\forall j \neq i$, $k \in kj$.

2) в совокупность состояний $j\overline{d'}\overline{w}$ (переход в состояние $\overline{m_j}$ j-го компонента системы) с плотностью распределения вероятности перехода $p^{j\overline{d'}\overline{w}}_{i\bar{d}\bar{z}} = \psi^{(i)}_{d_i}\left(x^{(i)}_1, \ldots, x^{(i)}_k\right)$, где $\overline{w} = (w_1, w_2, \ldots, w_N)$, $w_i = \bigwedge_k y^{(i)}_k$, $i \in \overline{1,N}$, $s_j = z_j$, $\overline{d_j}' = \overline{m_j}$, $y^{(j)}_m = 0$, $x^{(j)}_k = y^{(j)}_k + s_j$, $\forall k \neq m$; $\overline{d_i}' = \overline{d_i}$, $x^{(i)}_k = y^{(i)}_k + s_j$, $\forall i \neq j$, $k \in kj$.

Предположим, существование стационарных плотностей распределения ВЦМ $\{\xi_n, n \geq 0\}$ $\rho\left[i\bar{d}\bar{z}\right]$ для состояний $i\bar{d}\bar{z}$, $i \in \overline{1,n}$. Составим для них систему интегральных уравнений с учетом полученных плотностей распределения вероятности переходов из одного состояния в другое:

$$\begin{cases} \rho\left[i\overline{d}'\overline{w}\right] = \sum\limits_{\overline{d_i} \in E^{(i)}_{d_i'}} \left(\begin{array}{l} \int\limits_0^\infty \rho\left[i\bar{d}\bar{z}\right] \psi^{(i)}_{d_i}\left(t + y^{(i)}_1, \ldots, t + y^{(i)}_k\right) dt + \\ + \sum\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} \int\limits_0^\infty \rho\left[j\bar{d}\bar{z}\right] \psi^{(j)}_{d_j}(s_j + y^{(j)}_1, \ldots, s_j + y^{(j)}_k) ds_j \end{array} \right), & \overline{d}' \in E, \\ \sum\limits_i \sum\limits_{\bar{d} \in E} \int\limits_0^\infty \ldots \int\limits_0^\infty \rho\left[i\bar{d}\bar{z}\right] d\bar{z} = 1, & i \in \overline{1,n}. \end{cases} \tag{5}$$

Лемма 1. Решение системы (5) для суперпозиции N независимых ПМП $\xi^{(i)}(t)$ являются функции вида:

$$\rho\left[i\overline{d}\overline{z}\right]=\rho_0\rho_{d_i}^{(i)}(x_1^{(i)},...,x_k^{(i)})\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\int_0^{\infty}\begin{bmatrix}\rho_{d_j}^{(j)}(s_j+x_1^{(j)},...,s_j+x_k^{(j)})\times\\ \times\psi_{d_j}^{(j)}(s_j+x_1^{(j)},...,s_j+x_k^{(j)})\end{bmatrix}ds_j \qquad (6)$$

где ρ_0 — находится из условия нормировки, последнее уравнение в системе (5), $\rho^{(i)}\left[j\overline{d}_i\overline{x^{(i)}}\right]$ — стационарные распределения состояний ВЦМ $\left\{\xi_{k_i}^{(i)}, k_i \geq 0\right\}$, $\psi_{d_i}^{(i)}\left(x_1^{(i)},\ldots,x_k^{(i)}\right)$ — плотности вероятностей (вероятности) переходов ВЦМ $\left\{\xi_{k_i}^{(i)}, k_i \geq 0\right\}$.

Доказательство. Покажем, что выражения (6) являются решением системы уравнений (5), для этого рассмотрим решение первых n уравнений системы (5) в общем виде:

$$\rho\left[i\overline{d}'\overline{w}\right]=\sum_{d_i\in E_{d_i'}^{(i)}}\begin{pmatrix}\int_0^{\infty}\rho\left[i\overline{d}\overline{z}\right]\psi_{d_i}^{(i)}\left(t+y_1^{(i)},...,t+y_{k_i}^{(i)}\right)dt+\\ +\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\int_0^{\infty}\rho\left[j\overline{d}\overline{z}\right]\psi_{d_j}^{(j)}(s_j+y_1^{(j)},...,s_j+y_{k_j}^{(j)})ds_j\end{pmatrix}=$$

$$=\sum_{d_i\in E_{d_i'}^{(i)}}\left[\int_0^{\infty}\rho_0\rho_{d_i}^{(i)}(x_1^{(i)},...,x_{k_i}^{(i)})\psi_{d_i}^{(i)}\left(t+y_1^{(i)},...,t+y_{k_i}^{(i)}\right)dt\times\right.$$

$$\times\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\int_0^{\infty}\rho_{d_j}^{(j)}(s_j+x_1^{(j)},...,s_j+x_{k_j}^{(j)})\psi_{d_j}^{(j)}(s_j+x_1^{(j)},...,s_j+x_{k_j}^{(j)})ds_j+$$

$$\left.+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\begin{pmatrix}\int_0^{\infty}\rho_0\rho_{d_j}^{(j)}(x_1^{(j)},...,x_{k_j}^{(j)})\psi_{d_j}^{(j)}(s_j+y_1^{(j)},...,s_j+y_{k_j}^{(j)})ds_j\times\\ \times\prod_{\substack{h=1\\h\neq j}}^{N}\int_0^{\infty}\rho_{d_h}^{(h)}(s_h+x_1^{(h)},...,s_h+x_{k_h}^{(h)})\psi_{d_h}^{(h)}(s_h+x_1^{(h)},...,s_h+x_{k_h}^{(h)})ds_h\end{pmatrix}\right].$$

Проведем замену переменных $t=s_i$, тогда:

$$\rho\left[i\bar{d}'\bar{w}\right]=\sum_{d_i\in E^{(i)}_{d_i'}}\left(\sum_{i=1}^{N}\int_0^\infty \rho_0\rho^{(i)}_{d_i}(x_1^{(i)},...,x_{k_i}^{(i)})\psi^{(i)}_{d_i}(s_i+y_1^{(i)},...,s_i+y_{k_i}^{(i)})ds_i\times\right.$$

$$\left.\times\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\int_0^\infty \rho^{(j)}_{d_j}(s_j+x_1^{(j)},...,s_j+x_{k_j}^{(j)})\psi^{(j)}_{d_j}(s_j+x_1^{(j)},...,s_j+x_{k_j}^{(j)})ds_j\right)=$$

$$=\sum_{d_i\in E^{(i)}_{d_i'}}\left(\sum_{i=1}^{N}\int_0^\infty \rho_0\rho^{(i)}_{d_i}(s_i+y_1^{(i)},...,s_i+y_{k_i}^{(i)})\psi^{(i)}_{d_i}(s_i+y_1^{(i)},...,s_i+y_{k_i}^{(i)})ds_i\times\right.$$

$$\left.\times\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\int_0^\infty \rho^{(j)}_{d_j}(s_i+s_j+y_1^{(j)},...,s_i+s_j+y_{k_j}^{(j)})\psi^{(j)}_{d_j}(s_i+s_j+y_1^{(j)},...,s_i+s_j+y_{k_j}^{(j)})ds_j\right).$$

Для функций $\rho^{(i)}\left[j\overline{d_i}\overline{x^{(i)}}\right]$ и $\psi^{(i)}_{d_i}\left(x_1^{(i)},\ldots,x_k^{(i)}\right)$ выполняется следующее тождество:

$$\int_0^\infty \rho^{(i)}_{d_i}(t+s_i+y_1^{(i)},\ldots,t+s_i+y_k^{(i)})\psi^{(i)}_{d_i}\left(t+s_i+y_1^{(i)},\ldots,t+s_i+y_{k_i}^{(i)}\right)ds_i=$$

$$=\int_t^\infty \rho^{(i)}_{d_i}(s_i+y_1^{(i)},\ldots,s_i+y_k^{(i)})\psi^{(i)}_{d_i}\left(s_i+y_1^{(i)},\ldots,s_i+y_{k_i}^{(i)}\right)ds_i.$$

С учетом этого равенства, продолжим преобразование:

$$\rho\left[i\bar{d}'\bar{w}\right]=\sum_{\bar{d}_i\in E^{(i)}_{d_i'}}\left(\sum_{i=1}^{n}\int_0^\infty \rho_0\rho^{(i)}_{d_i}(s_i+y_1^{(i)},...,s_i+y_{k_i}^{(i)})\psi^{(i)}_{d_i}(s_i+y_1^{(i)},...,s_i+y_{k_i}^{(i)})ds_i\times\right.$$
$$\left.\times\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n}\int_{s_i}^\infty \rho^{(j)}_{d_j}(s_j+y_1^{(j)},...,s_j+y_{k_j}^{(j)})\psi^{(j)}_{d_j}(s_j+y_1^{(j)},...,s_j+y_{k_j}^{(j)})ds_j\right). \tag{7}$$

Лемма 2. Пусть $\varphi_i(t)$, $i\in\overline{1,N}$ — непрерывные функции, определенные в диапазоне $[0,+\infty)$ и интегралы $\int_0^\infty\varphi_i(t)dt$ являются сходящимися. Тогда справедливо следующее утверждение:

$$\sum_{i=1}^{n}\int_0^\infty\varphi_i(z)dz\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n}\int_z^\infty\varphi_j(s_j)ds_j=\prod_{i=1}^{n}\int_0^\infty\varphi_i(s_i)ds_i\,. \tag{8}$$

Доказательство леммы 2 приводится в [6].

С учетом (8) выражение (7) примет следующий вид:

$$\rho\left[i\overline{d}'\overline{w}\right]=\rho_0\sum_{\overline{d}_i\in E^{(i)}_{d_i'}}\left(\prod_{i=1}^{n}\int_0^{\infty}\rho^{(i)}_{d_i}(s_i+y^{(i)}_1,...,s_i+y^{(i)}_{k_i})\psi^{(i)}_{d_i}(s_i+y^{(i)}_1,...,s_i+y^{(i)}_{k_i})ds_i\right).$$

Напомним, что $\rho^{(i)}_{d_i}(s_i+y^{(i)}_1,\dots,s_i+y^{(i)}_{k_i})$ — стационарные распределения состояний, а $\psi^{(i)}_{d_i}(s_i+y^{(i)}_1,\dots,s_i+y^{(i)}_{k_i})$ — вероятности переходов ВЦМ $\left\{\xi^{(i)}_{k_i},\,k_i\geq 0\right\}$. Очевидно, что:

$$\sum_{\overline{d}_i\in E^{(i)}_{d_i'}}\int_0^{\infty}\rho^{(i)}_{d_i}(t+y^{(i)}_1,...,t+y^{(i)}_{k_i})\psi^{(i)}_{d_i}(t+y^{(i)}_1,...,t+y^{(i)}_{k_i})dt=\rho^{(i)}_{d_i}(y^{(i)}_1,...,y^{(i)}_{k_i}).\quad(9)$$

С учетом выражения (9) уравнение (7) примет вид:

$$\rho\left[i\overline{d}'\overline{w}\right]=\rho_0\rho^{(i)}_{d_i}(y^{(i)}_1,...,y^{(i)}_{k_i})\prod_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n}\int_0^{\infty}\begin{pmatrix}\rho^{(j)}_{d_j}(s_j+y^{(j)}_1,...,s_j+y^{(j)}_{k_j})\times\\ \times\psi^{(j)}_{d_j}(s_j+y^{(j)}_1,...,s_j+y^{(j)}_{k_j})\end{pmatrix}ds_j.$$

Таким образом, **лемма 1** доказана.

Для вычисления стационарных показателей надежности многокомпонентной системы можно использовать полученные средние времена пребывания в состояниях ПМП $\xi(t)$ и стационарное распределение вложенной цепи Маркова $\left\{\xi_n,n\geq 0\right\}$. С другой стороны, коэффициент готовности К$_г$, средняя наработка на отказ Т$_+$ и среднее время восстановления Т$_-$ системы не зависит от метода дополнения фазового пространства до полумарковского. Поэтому для вычисления данных параметров используем формулы, приведенные в [5]:

$$K_Г=\sum_{d\in E_+}\prod_{i=1}^{N}T^{(i)}_{d_i}\left\{\prod_{i=1}^{N}\left(T^{(i)}_{+}+T^{(i)}_{-}\right)\right\}^{-1},\ \text{где}\ T^{(i)}_{d_i}=\begin{cases}T^{(i)}_{+},\ \text{если}\ d_i\in E^{(i)}_{+},\\ T^{(i)}_{-},\ \text{если}\ d_i\in E^{(i)}_{-},\end{cases}$$

$$T_+=\sum_{d\in E_+}\prod_{i=1}^{N}T^{(i)}_{d_i}\left\{\sum_{d\in E_+'}\prod_{i=1}^{N}T^{(i)}_{d_i}\sum_{j\in G}\frac{1}{T^{(j)}_{+}}\right\}^{-1}=\sum_{d\in E_+}\prod_{i=1}^{N}T^{(i)}_{d_i}\left\{\sum_{d\in E_-'}\prod_{i=1}^{N}T^{(i)}_{d_i}\sum_{j\in L}\frac{1}{T^{(j)}_{-}}\right\}^{-1},$$

$$T_- = \sum_{d\in E_-}\prod_{i=1}^{N} T_{d_i}^{(i)} \left\{ \sum_{d\in E_+^{'}}\prod_{i=1}^{N} T_{d_i}^{(i)} \sum_{j\in G}\frac{1}{T_+^{(j)}} \right\}^{-1} = \sum_{d\in E_-}\prod_{i=1}^{N} T_{d_i}^{(i)} \left\{ \sum_{d\in E_-^{'}}\prod_{i=1}^{N} T_{d_i}^{(i)} \sum_{j\in L}\frac{1}{T_-^{(j)}} \right\}^{-1},$$

где $E_+^{'}$ – множество векторов $\overline{d}\in E_+$ таких, что изменение значения некоторой компоненты с работоспособной на отказовое переводит вектор d в множество E_-; $E_-^{'}$ – множество векторов $d\in E_-$ таких, что изменение значения некоторой компоненты с отказовой на работоспособную переводит вектор $\overline{d}$ в множество E_+; G – множество номеров компонент вектора $\overline{d}\in E_+$, изменение значения каждой из которых с работоспособной на отказовое переводит вектор $\overline{d}$ в множество E_-; L – множество векторов $\overline{d}\in E_-$ таких, что изменение значения каждой компоненты с отказовой на работоспособную переводит вектор d в множество E_+.

Полученные результаты позволяют определять стационарные характеристики многокомпонентных систем, исходя из параметров каждого компонента системы, что, в свою очередь, позволяет упростить построение полумарковских моделей многокомпонентных систем. Данная модель позволяет выбрать оптимальную конструкцию и определить оптимальное взаимодействие между компонентами (проведение совместного контроля, диагностики, ТО). В дальнейшем планируется нахождение стационарных характеристик производственной системы, состоящей из произвольного числа компонент, в каждом из которых проводится контроль наличия скрытых отказов.

Литература

1. Бойко Е.Г. Модель контроля скрытых отказов автоматизированной системы / Е.Г. Бойко // Автоматизация процессов и управление: Вестн. СевГТУ: Сб. науч. тр. – Севастополь, 2010. – Вып. 108. – С. 52–56.
2. Бойко Е.Г. Анализ влияния периода контроля на надежность технической системы/ Е.Г. Бойко, Ю.Е. Обжерин, Н.В. Казакова // Оптимизация производственных процессов — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2005. – Выпуск 7. – С. 23-27.
3. Обжерин Ю.Е. Полумарковская модель календарного контроля параметрических отказов автоматизированной восстанавливаемой системы/ Ю.Е. Обжерин,

Е.Г. Бойко// Автоматизация процессов и управление: Вестн. СевГТУ: Сб. науч. тр. – Севастополь, 2007. – Вып. 83. – С. 61 – 64.

4. Королюк В.С. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем/ В.С. Королюк, А.Ф. Турбин – К.: Наук. думка, 1982. – 236 с.
5. Корлат А.Н. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания/ А.Н. Корлат, В.Н. Кузнецов, М.М. Новиков, А.Ф. Турбин – Кишинев: Штиинца, 1991. – 276 с.
6. Кузнецов В.Н. Полумарковская модель восстанавливаемых систем/ В.Н. Кузнецов, А.Ф. Турбин, Г.Ж. Цатурян – К.: Ин-т математики АН УССР, 1968, №8. – С. 56–57.

Статья поступила в редакцию 25.09.12